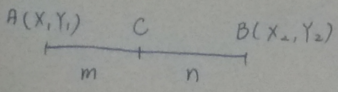
《1》直線方程

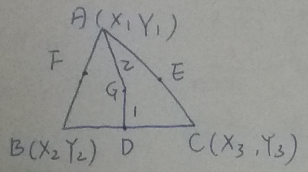
① $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ ⇒ の距離 $= \left[(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

② 分点：



⇒ $C = \left(\dfrac{X_1 n + X_2 m}{m+n}, \dfrac{Y_1 n + Y_2 m}{m+n}\right)$

③ 重心：



⇒ (1) $G = \left(\dfrac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \dfrac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}\right)$

(2) $\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2:1$

④ $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ ⇒ の斜率 $= \dfrac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

—— 直線平&垂 ——

① $L_1 // L_2$ ⇒ $m_1 = m_2$ （無解）

② $L_1 = L_2$ ⇒ 〃 （無限多組解）

③ $L_1 \perp L_2$ ⇒ $m_1 \times m_2 = -1$ （一組解）

—— 直線方程 ——

(1) $(y - y_0) = m(x - x_0)$

*截距式：

x の截距 = a, y の截距 = b ⇒ (1) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$

(2) 面積 $= \frac{1}{2}|ab|$

(2) 点到直線の距離：

1. $A(x_0, y_0)$, $L: ax + by + c = 0$ ⇒ $\dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2. 當 $L_1 // L_2$ の距 $= (d)$

$d = \dfrac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

《2》三角函數

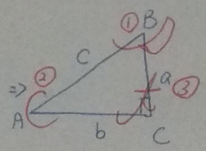
☆ $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ (弧度)

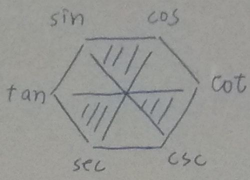
1 弧 $= (\frac{180}{\pi})^\circ$

① $\sin A = \frac{a}{c}$

② $\cos A = \frac{b}{c}$

③ $\tan A = \frac{a}{b}$





⇓

	0°	90°	180°	270°
☆ $\sin\theta$	0	1	0	−1
$\cos\theta$	1	0	−1	0
$\tan\theta$	0	X	0	X

(1) $\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$

(2) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

(3) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

☆ $\sin\theta$、$\cos\theta$ ≤ 1，週期 2π

$\tan\theta$、$\cot\theta$ 週期 π

《3》三角函數の应

(1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

(2) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

(3) $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

—— 2倍角 ——

令 θ 為任意角

(1) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

(2) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= 1 - 2\sin^2\theta$

$= 2\cos^2\theta - 1$

(3) $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

↳ 可以用 $\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$ 去推

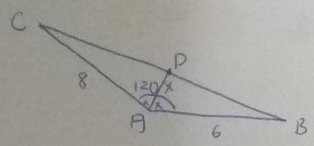
— 12

名目

(3) 正射影(長)。

$\vec{a}$在$\vec{b}$上の ① 正射影 ...

(2) $\triangle ABC$中，$\overline{AB}=6$　$\overline{AC}=8$　$\angle A = 2\pi/3$



$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ACD + \triangle ADB$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times \overset{4}{\cancel{8}} \times 6 \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2}\times 6 \times x \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2}\times 8 \times x \times \sin$

$\Rightarrow 24 = 3x + 4x$

$\Rightarrow x = 24/7$

《4》向量

向量 $\vec{a}(a_1, a_2)$

$\downarrow$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

$\vec{a} = \vec{b}$，使 $a_1 = b_1$，$a_2 = b_2$

☆ $0 \le \phi < 2\pi \Rightarrow \vec{a} = (|\vec{a}|\cos\phi, |\vec{a}|\sin\phi)$

(1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$，則 ① $\vec{b} = r\vec{a}$

② $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$

(2) $\vec{a} \perp \vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 = 0$

— 內積 —

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = a_1b_1 + a_2b_2$

(2) 柯西：(配合P.　)

$\vec{a} = (a_1, a_2)$

$\vec{b} = (b_1, b_2)$

$\Rightarrow (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \ge (a_1b_1 + a_2b_2)^2$

☆ EX：設 a、b 均是實數，且 $a + 2b = 5$，試求 $a^2 + b^2$ の最小值。此時 a、b 分別為何?

$\Rightarrow (x_1y_1 + x_2y_2)^2 \le (x_1^2 + x_2^2)(y_1^2 + y_2^2)$

$(a + 2b)^2 \le (a^2 + b^2)(1^2 + 2^2)$

$25 \le (a^2 + b^2) \times 5$

(1) $5 \le a^2 + b^2$

(2) $x_1y_1 = a$　　$by_2 = 2b$

$y_1 = 1$　　$y_2 = 2$

$a = 1$　　$b = 2$

2020-4-13 21:55

(3) 正射影(長)：

$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上の ① 正射影 $= [(\vec{a}\cdot\vec{b})/|\vec{b}|^2] \times \vec{b}$

"—" $= (\vec{a}\cdot\vec{b})/|\vec{b}|$

— 疊合 —

(以題目解說)

Q. 試求 $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x$ の 最大值 & 最小值

$\Rightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x\right)$

強制提出 2

$\Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow M = 2 \quad m = -2$

— 三角測量 —

① 三角形面積：

$\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin A$

② 正弦定理：

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

※ R = 外接圓半徑

$\Rightarrow a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

③ 餘弦定理：

(1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

(2) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos A$

(3) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos A$

— 題目解析 —

(1) $\triangle ABC$ 中，$\sin A : \sin B : \sin C = 8 : 13 : 7$，則 $\angle A + \angle C = ?$

$\Rightarrow$ 令 $a = 8t \quad b = 13t \quad c = 7t$

$\Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$169t^2 = 64t^2 + 49t^2 - 112t^2\cos B$

$\Rightarrow \cos B = -\frac{1}{2} \quad \angle B = 120^\circ$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180 - \angle B$

$= 60^\circ$

2020-4-13 21:55

(3) 正射影(長)。

$\vec{a}$在$\vec{b}$上の ① 正射影 $= [(\vec{a}\cdot\vec{b})/|\vec{b}|^2] \times \vec{b}$

② 〃 "長" $= (\vec{a}\cdot\vec{b})/|\vec{b}|$

—— 指、对权 ——

$a^0 = 1$

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$

(3) $a^m / a^n = a^{m-n}$

(4) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

(5) $(a/b)^n = a^n / b^n$

(6) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

(7) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a} = a^{\frac{1}{n\cdot m}}$

(8) $a^0 = 1$, $a \neq 0$

—— 对权 ——

$a^y = x \Rightarrow y = \log_a x$

(1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

(2) $\log_{a^r} M^s = \frac{s}{r} \log_a M$

(3) $\cancel{\log_a} b \times \cancel{\log_b} \cancel{a} = 1$

(4) 換底。

$\log_c b = \log_a b / \log_a c$

a 任意权，但 $\neq 0$

(5) $a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$

—— 試題の解析 ——

(1) 已知 $f(x) = 3^x$，若 $f(a) = 12$

$f(b) = 6$，則 $f(2a-3b)$ 之值？

(2) 設 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2$

求 $\dfrac{x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} + 3}{x^{1} + x^{-1} + 2}$ 之值？

— 12 —

名目利率 = 実質利率 + 預期物价上漲率

— 利息の原 —

《6》数列級数

有限

(1) 等差:

n項: $a_n = a_1 + (n-1) \times d$

(S) 前n項合: $n[2a_1 + (n-1) \times d] / 2$

(2) 等比:

n項: $a_n = a_1 \times r^{(n-1)}$

(S_n) 前n項合: $a_1(1-r^n) / (1-r)$

無限

(1) $|r| < 1$

(2) $\frac{a_1}{1-r}$

—— 循环小数 ——

(1) $0.\overline{a} = \frac{a}{9}$, $0.\overline{ab} = \frac{ab}{99}$

(2) $0.a\overline{b} = \frac{ab-a}{90}$, $0.a\overline{bc} = \frac{abc-a}{990}$

《7》式の運算

(1) 若 $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots a_2 x^2 + \dots$ 則

1. 各係数合: $p(1)$
2. 各"偶次"係数合: $[p(1) + p(-1)] / 2$
3. 各"奇次"係数合: $[p(1) - p(-1)] / 2$
4. 常数項: $p(0)$

—— 二重根 ——

$x = ax+b$, $y = ab$

$\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

EX:

$\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$= \sqrt{5} - 1$

2020-4-13 21:57